

Контрольная точка Л5

Решение нелинейных уравнений и систем

1. Отделить вещественные корни аналитически или графически.

2. Уточнить корни делением отрезка пополам (если это возможно) с точностью до 0.1.

3. Уточнить корни заданным методом с заданной точностью.

Для метода Ньютона и метода простой итерации число итераций, необходимое для достижения заданной точности, выбрать заранее, сделав вручную оценку погрешности. Для остальных методов итерации прекращаются после того, как разность двух последовательных приближений становится меньше заданной точности.

4. Проверить результаты подстановкой найденных значений в уравнение.

ВАРИАНТЫ:

1. Найти все корни уравнения

$$1000000 x^4 - 3000 x^3 + 1000002 x^2 - 3000 x + 2 = 0$$

с точностью 0.0001 методом а) Ньютона б) секущих.

2. Найти все корни уравнения

$$x^4 - 10001.01 x^3 - 9800.01 x^2 - 999901 x + 10000 = 0$$

с точностью 0.001 а) методом Ньютона б)

Модифицированным методом Ньютона.

3. Найти все корни уравнения

$$\sin(1/x) = x$$

на отрезке $[0.1 ; 0.5]$ с точностью 0.001 методом Ньютона.

4. Найти все корни уравнения

$$\operatorname{arctg}(3x) = x$$

методом простой итерации с точностью до 0.001 сделав предварительную оценку погрешности.

5. Найти корень уравнения

$$x^4 - 20 x^3 + 101 x^2 - 20 x + 1 = 0$$

на отрезке $[-1, 1]$ с точностью 0.0001 методом Ньютона с параметрами

$p=1$ и $p=2$. Сравнить количества итераций необходимые для достижения

заданной точности.

6. Найти корень уравнения

$$x e^x = 1$$

с точностью 0.0001 методом Ньютона и модифицированным методом Ньютона. Итерации производить пока разность между соседними итерациями не станет меньше заданной точности. Сравнить необходимые количества итераций.

7. Найти все корни уравнения

$$x^5 - 3x^2 + 1 = 0$$

методом парабол с точностью 0.0005.

8. Найти вещественные корни уравнения

$$x^2 = \sin x + 1$$

методом парабол с точностью 0.001.

9. Выяснить, к какому из корней 0, 1, -1 уравнения

$$x^3 - x = 0$$

сходится метод Ньютона, если начинать с произвольного начального приближения. Какие начальные приближения дают расходимость метода?

10. Найти все корни уравнения

$$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

методом простой итерации с точностью 0.0005.

11. Найти все корни уравнения

$$x^4 - 10000.01x^3 + 101x^2 - 10000.01x + 100 = 0$$

с точностью до 0.001 а) методом Ньютона б) модифицированным методом Ньютона.

12. Найти корень уравнения

$$\arccos(x/2) = x^2$$

на отрезке [0,2] а) методом Ньютона б) модифицированным методом Ньютона.

13. Найти все корни уравнения

$$x^4 - 0.015x^3 + 0.3x^2 + x - 1 = 0$$

с точностью 0.00001 методом а) Ньютона б) секущих.

14. Найти корень уравнения

$$x^3 - \sin(2x) = 1$$

методом парабол с точностью 0.001.

15. Найти все корни уравнения

$$x^3 - 1777x^2 + 777 = 0$$

на отрезке [-1,1] методом парабол с точностью до 0.0001

16. Найти все корни уравнения

$$5555x^4 - 555x^3 - 55x^2 - 5x = 0$$

с точностью 0.00001 методом а) Ньютона б) секущих.

17. Найти корень уравнения

$$\arctg(7x) = 0.2$$

на отрезке [-1,1] а) методом Ньютона б) модифицированным методом Ньютона.

Решение нелинейных систем уравнений

1. Графически отделить корни системы.
2. Выбрать начальное приближение близко к корню.
3. Уточнить корень заданным методом с заданной точностью.
4. Для метода простой итерации проверить достаточные условия сходимости.
5. Итерации проводить до тех пор, пока разность между соседними приближениями не станет меньше заданной точности.

Используя метод простой итерации решить систему уравнений с точностью до 0.001. Корни отделить графически.

Вариант 1

$$\begin{aligned}\sin(x+1)-y &= 1.2 \\ 2x+\cos y &= 2\end{aligned}$$

Вариант 2

$$\begin{aligned}\cos(x-1)+y &= 0.5 \\ x - \cos y &= 3\end{aligned}$$

Вариант 3

$$\begin{aligned}2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 6 &= 0 \\ y - 0.5x^2 - 1 &= 0\end{aligned}$$

Вариант 4

$$\begin{aligned}5x - 6y + 20\lg x + 16 &= 0 \\ 2x + y - 10\lg y - 4 &= 0\end{aligned}$$

Найти решение системы методом Ньютона с точностью 0.0001. Корни отделить графически.

Вариант 5

$$3x^2y + y^2 - 1 = 0$$

$$x^4 + xy^3 - 1 = 0$$

Вариант 6

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(xy + 0.4) &= x^2 \\ 0.6x^2 + 2y^2 &= 1, x > 0, y > 0. \end{aligned}$$

Вариант 7

$$\begin{aligned} \sin(x+y) - 1.2x &= 0.2 \\ x^2 + y^2 &= 1 \end{aligned}$$

Вариант 8

$$\begin{aligned} x^2 + 3\lg x - y^2 &= 0 \\ 2x^2 - xy - 5x + 1 &= 0 \end{aligned}$$